

Câu 1. (3 điểm) Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{2(a+b)}{\sqrt{a^3 - 2\sqrt{2}b^3}} - \frac{\sqrt{a}}{a + \sqrt{2ab} + 2b} \cdot \frac{\sqrt{a^3} + 2\sqrt{2}b^3}{2b + \sqrt{2ab}} - \sqrt{a}$$

Câu 2. (4 điểm)

1) Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 + 2015x + 1 = 0$; x_3, x_4 là nghiệm của phương trình $x^2 + 2016x + 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = (x_1 + x_3)(x_2 + x_3)(x_1 - x_4)(x_2 - x_4).$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ với $A(6;2), B(6;17), C(42;17), D(42;2)$. Trên đường thẳng $3x + 5y = 68$ tìm các điểm $M(x;y)$ (x, y là các số nguyên) thuộc hình chữ nhật $ABCD$ (các điểm này không thuộc các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$).

Câu 3. (4 điểm)

1) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $2a^2 + b^2 \leq 3c^2$. Chứng minh rằng $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{3}{c}$.

2) Với bộ số $(6; 5; 2)$ ta có đẳng thức đúng $\frac{65}{26} = \frac{5}{2}$. Hãy tìm tất cả các bộ số $(a; b; c)$ gồm

các chữ số trong hệ thập phân, biết rằng a, b, c đôi một khác nhau và khác 0 thỏa mãn $\frac{ab}{ca} = \frac{b}{c}$.

Câu 4. (6 điểm) Cho tam giác ABC với $BC = a, CA = b, BA = c$ ($c < a; c < b$). Gọi M, N lần lượt là các tiếp điểm của đường tròn tâm O nội tiếp tam giác ABC với các cạnh AC và BC . Đường thẳng MN cắt các tia AO, BO lần lượt tại P và Q . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC .

1) Chứng minh các tứ giác $AQOM; BOPN; AQP B$ nội tiếp.

2) Chứng minh các điểm Q, E, F thẳng hàng.

3) Chứng minh $\frac{MP + NQ + PQ}{a + b + c} = \frac{OM}{OC}$.

Câu 5. (3 điểm)

1) Trên cùng một mặt phẳng cho 4033 điểm, biết rằng 3 điểm bất kì trong 4033 điểm trên luôn chọn được hai điểm có khoảng cách nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng trong các điểm nói trên có ít nhất 2016 điểm nằm trong đường tròn bán kính bằng 1.

2) Cho tam giác OAB với $OA = 2a, OB > a$. Gọi (O) là đường tròn tâm O bán kính a . Tìm điểm M thuộc (O) sao cho $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị coi thi không giải thích gì thêm