

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM.

I. Phần Đại số và Giải tích:

Chương 1: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác.

1. Hàm số lượng giác

- Tập xác định của hàm số.
- Tính chất tuần hoàn, sự biến thiên, tính chẵn - lẻ của hàm số.
- GTNN, GTLN của hàm số.

2. Phương trình lượng giác

- Phương trình lượng giác cơ bản.
- Một số phương trình lượng giác đơn giản.

II. Phần Hình học:

Chương 1: Hình học không gian.

1. Giao tuyến của hai mặt phẳng, giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng, thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng. Ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng qui.
2. Hai đường thẳng song song.

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG .

PHẦN 1. ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Chương I: Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{1 + \cos x}$ là:

- A. $R \setminus \{k\pi / k \in Z\}$ B. $R \setminus \{\pi + k2\pi / k \in Z\}$ C. $R \setminus \left\{ \frac{-\pi}{2} + k\pi / k \in Z \right\}$ D. $R \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} / k \in Z \right\}$

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$ là:

- A. $R \setminus \{k\pi / k \in Z\}$ B. $R \setminus \{k2\pi / k \in Z\}$ C. $R \setminus \left\{ \frac{-\pi}{2} + k\pi / k \in Z \right\}$ D. $R \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} / k \in Z \right\}$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ là

- A. $R \setminus \{k\pi / k \in Z\}$ B. $R \setminus \{k2\pi / k \in Z\}$ C. $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} / k \in Z \right\}$ D. $R \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} / k \in Z \right\}$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \sin^2 x}}$ là

- A. $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi / k \in Z \right\}$ B. R C. $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in Z \right\}$ D. $R \setminus \left\{ \pi + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in Z \right\}$

Câu 5. Hàm số $y = \sin^2 x \cos x$ là hàm số:

- A. Chẵn B. Lẻ C. Vừa chẵn vừa lẻ D. Không chẵn không lẻ

Câu 6. Hàm số $y = x^2 \sin^3 x$ là hàm số:

- A. Chẵn B. Lẻ C. Vừa chẵn vừa lẻ D. Không chẵn không lẻ

Câu 7. Hàm số nào sau đây không có tính chẵn, lẻ ?

- A. $y = \cos^2 x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ B. $y = \sin^2 x \cos x$ C. $y = \sin x - \cos x$ D. $y = x \sin x$

Câu 8. Chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$ là :

- A. 2π B. 4π C. π D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 9. Chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \tan \frac{x}{2}$ là :

- A. 2π B. 4π C. π D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 10. Hàm số $y = 1 - 2|\sin 2x|$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x ?

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ C. $x = k\pi$ D. $x = \frac{k\pi}{2}$

Câu 11. Tập giá trị của hàm số $y = 2 + \sqrt{1 - \sin^2 2x}$ là:

- A. $[1; 2]$ B. $[0; 2]$ C. $[1; 3]$ D. $[2; 3]$

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 + \sin x \cos x$ là:

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. Một số khác

Câu 13. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin x + 4 \cos x$ là:

- A. 5 B. 7 C. 4 D. Một số khác

Câu 14. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2 \cos(x + \frac{\pi}{4})$ lần lượt là:

- A. -2 và 7 B. -2 và 2 C. 5 và 9 D. 4 và 7

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là:

- A. $\sqrt{2}$ và 2 B. 2 và 4 C. $4\sqrt{2}$ và 8 D. $4\sqrt{2} - 1$ và 7

Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4 \sin x - 5$ là:

- A. -20 B. -8 C. 0 D. 9

Câu 17. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 - 2 \cos x - \cos^2 x$ là:

- A. 2 B. 5 C. 0 D. 3

Câu 18. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2 \sin x + \cos x + 1}{\sin x - 2 \cos x + 3}$ là:

- A. $\frac{-1}{2}$ và 2 B. $\frac{1}{2}$ và 2 C. -2 và $\frac{-1}{2}$ D. -2 và $\frac{1}{2}$

Câu 19. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(\frac{\pi}{2}; \pi)$

- A. $y = \sin x$ B. $y = \cos x$ C. $y = \tan x$ D. $y = \cot x$

Câu 20. Đồ thị hàm số $y = \tan x - 2$ đi qua điểm ?

- A. $(0; 0)$ B. $(\frac{\pi}{4}; -1)$ C. $(\frac{3\pi}{4}; -1)$ D. $(-\frac{\pi}{4}; -1)$

Câu 21. Số nghiệm của phương trình $\sin x + \cos x = 1$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 22. Nghiệm của phương trình $2 \cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0$ với $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{3}$ B. $x = \frac{\pi}{4}$ C. $x = \frac{\pi}{6}$ D. $x = \frac{5\pi}{6}$

Câu 23. Nghiệm của phương trình lượng giác: $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa điều kiện $0 < x < \pi$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2}$ B. $x = 0$ C. $x = \pi$ D. $x = \frac{-\pi}{2}$

Câu 24. Nghiệm $x \in (0^\circ ; 180^\circ)$ của phương trình $\sin 2x + \sin 4x = \sin 6x$ là:

- A. $30^\circ, 60^\circ$ B. $40^\circ, 60^\circ$ C. $45^\circ, 75^\circ, 135^\circ$ D. $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$

Câu 25. Các nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x = \frac{3}{8}$ là:

- A. $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$ C. $\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$ D. $\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}$

Câu 26. Với giá trị nào của m thì phương trình $\cos 2x + \cos x + m + 1 = 0$ có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

- A. $0 < m \leq 1$ B. $-1 \leq m < 0$ C. $\frac{1}{4} < m \leq 1$ D. $-1 \leq m \leq \frac{1}{8}$

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + \sin^2 x + 2 \cos x + 1 = 0$ thuộc đoạn $[0; 4\pi]$ là:

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 28. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ là:

- A. $\frac{11\pi}{8}$ B. $\frac{7\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{8}$ D. $\frac{-\pi}{4}$

Câu 29. Cho phương trình: $\left(\sin x + \frac{\sin 3x + \cos 3x}{1 + 2 \sin 2x}\right) = \frac{3 + \cos 2x}{5}$. Tổng các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ là:

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 2π

Câu 30. Điều kiện để phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm là:

- A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$ B. $m > 4$ C. $m < 4$ D. $-4 < m < 4$

Câu 31. Tìm m để phương trình $5 \cos x - m \sin x = m + 1$ có nghiệm

- A. $m \leq -13$ B. $m \leq 24$ C. $m \leq 12$ D. $m \geq 24$

Câu 32. Tìm m để phương trình $\sin^2 x + 4 \sin x \cos x + 2m \cos^2 x = 0$ có nghiệm

- A. $m \geq 2$ B. $m \leq 2$ C. $m \leq 4$ D. $m \geq 4$

Câu 33. Tìm m để phương trình $\sin 2x + \cos^2 x = \frac{m}{2}$ có nghiệm

- A. $\begin{cases} m \leq 1 - \sqrt{5} \\ m \geq 1 + \sqrt{5} \end{cases}$ B. $1 - \sqrt{2} \leq m \leq 1 + \sqrt{2}$ C. $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$ D. $1 - \sqrt{5} \leq m \leq 1 + \sqrt{5}$

Câu 34. Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

- A. $\sin x + 3 = 0$ B. $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ C. $\tan x + 3 = 0$ D. $3 \sin x - 2 = 0$

Câu 35. Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm:

- A. $\sqrt{3} \sin x = 2$ B. $\frac{1}{4} \cos 4x = \frac{1}{2}$ C. $2 \sin x + 3 \cos x = 1$ D. $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$

Câu 36. Nghiệm dương bé nhất của phương trình: $2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{6}$ B. $x = \frac{\pi}{2}$ C. $x = \frac{3\pi}{2}$ D. $x = \frac{5\pi}{6}$

Câu 37. Giải phương trình: $\tan x = 3 \cot x$ có nghiệm là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ B. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$ C. vô nghiệm D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 38. Tập nghiệm của phương trình $\sin(\pi x) = \cos(\frac{\pi}{3} + \pi x)$ là:

A. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi; k \in Z$ B. $x = \frac{1}{12} + k; k \in Z$ C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$ D. $x = \frac{1}{2} + k\pi; k \in Z$

Câu 39. Phương trình: $\sqrt{3} \cdot \sin 3x + \cos 3x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A. $\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ B. $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6}$ C. $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ D. $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

Câu 40. Phương trình $\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}(\sin 6x + \cos 8x)$ có các họ nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{7} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{7} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$

Câu 41. Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$ B. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ C. $x = \pm\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}$ D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$

Câu 42. Giá trị của m để phương trình $(3\cos x - 2)(2\cos x + 3m - 1) = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$ là:

A. $\frac{1}{3} < m < 1$ B. $m < -1$ C. $\begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m > 1 \end{cases}$ D. $\frac{1}{3} < m \leq 1$

Câu 43. Tập nghiệm của phương trình $\sin^{15} x + \cos^{14} x = 1$ là:

A. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in Z\right\}$ B. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in Z\right\}$ C. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in Z\right\}$ D. \emptyset

Câu 44. Phương trình $\cos(\pi \cos 2x) = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z$ B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in Z$ C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$ D. $x = 0$

Câu 45. Phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x + 2 = 0$ có cùng tập nghiệm với phương trình nào sau đây?

A. $4\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$ B. $4\sin^2 x + 5\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$
 C. $4\tan^2 x - 5\tan x + 1 = 0$ D. $5\sin 2x + 3\cos 2x = 2$

Câu 46. Phương trình $\cos 5x \cos 3x = \cos 4x \cos 2x$ tương đương với phương trình nào sau đây?:

A. $\sin x = \cos x$ B. $\cos x = 0$ C. $\cos 8x = \cos 6x$ D. $\sin 8x = \cos 6x$

TỰ LUẬN

Chương I: Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác

Bài 1: Tìm tập xác định của hàm số

$$1/y = \frac{3}{\sin^2 x - \cos^2 x} \quad 2/y = \frac{\tan x + 1}{\cos x - \cos 3x} \quad 3/y = \frac{\cot 2x}{1 - \sqrt{\cos 2x + 2}}$$

Bài 2: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của hàm số

$$a / y = 3 - 2|\sin x| \quad b / y = \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 1 \quad c / y = \sqrt{5 - 2 \cos^2 x \cdot \sin^2 x}$$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

a) $\sin 2x = \frac{-1}{2}$, với $x \in (0; \pi)$

c) $\cos(x + 15^\circ) + 2 \cos^2 75^\circ = 1$, với $x \in [-180^\circ; 270^\circ]$

b) $\cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2} = 1$, với $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

d) $\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2} \sin 3x$, với $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$

Bài 4: Giải các phương trình sau:

a) $2 \cos^2 x + \cos 2x = 2$

b) $2 \sin^2 2x + 2 \sin^2 x = 3$

c) $\tan \frac{x}{2} + 1 - 2 \cot \frac{x}{2} = 0$

d) $\frac{2}{\cos x} - \frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{5}{2} = 0$

e) $\frac{3}{\sin^2 x} - 2\sqrt{3} \cot x - 6 = 0$

Bài 5: Giải các phương trình sau:

a) $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$

b) $\sin x = \frac{1}{3}(3 - \sqrt{3} \cos x)$

c) $\sin(x - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3} \cos(x - \frac{4\pi}{3}) = 1$

d) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 7x$

e) $4 \sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + 2 \cos^2(x - \frac{\pi}{4})$

f) $\sqrt{3} \sin 4x - \sin x = \cos 4x - \sqrt{3} \cos x$

Bài 6: Giải các phương trình sau:

a) $2 \sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 2$

b) $4 \cos^2 2x + 3 \sin 2x \cdot \cos 2x + \sin^2 2x = 4$

c) $6 \sin x \cos(x - \frac{5\pi}{2}) + \sin(2x + 4\pi) - \sin(x - \frac{3\pi}{2}) \cos x = 3$

d) $2 \cos^3 x + \sin x - 3 \sin^2 x \cos x = 0$

Bài 7: Giải các phương trình sau:

a) $\sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$

b) $(2 \sin x - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2 x$

c) $\sin^2 x - \cos^2 x = \cos 4x$

d) $\tan 3x \cdot \cot x = -1$

e) $\cos 2x - \sin 4x \cdot \sin 2x - \cos 3x \cos 9x = 1$

f) $\sin^2 x + \sin^2 3x = 1$

g) $\sin 2x + \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 2 = 0$

i) $8 \cos^4 x = 1 + \cos 4x$

h) $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x$

j) $1 + \cot 2x = \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 2x}$

Bài 8: Giải các phương trình sau :

a) $\sin x + \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1 = 0$

b) $6(\sin x - \cos x) + \sin x \cdot \cos x + 6 = 0$

c) $2 \cos^2 x - 9 \cos x = 1 - \frac{8}{\cos^2 x} - \frac{18}{\cos x}$

d) $2 \tan^2 x - 3 \tan x + 2 \cot^2 x + 3 \cot x - 3 = 0$

Bài 9: Giải các phương trình sau :

a) $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0 (D-2006)$

b) $2 \sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2 \cos x (D-2008)$

c) $2 \sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x (B-2007)$

d) $\sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x) (B-2009)$

e) $\frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x} = 0 (A-2006)$

f) $\frac{(1 - 2 \sin x) \cos x}{(1 + 2 \sin x)(1 - \sin x)} = \sqrt{3} (A-2009)$

g) $\frac{(1 + \sin x + \cos 2x) \sin(x + \frac{\pi}{4})}{(1 + \tan x)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x (A-2010)$

h) $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = \sqrt{2} \sin x \sin 2x (A-2011)$

Bài 10: Cho ΔABC có $\sin^3 A + \sin A \cdot \sin 2A - 3 \cos^3 A = 0$. Chứng minh rằng ΔABC vuông.

Bài 11: Cho ΔABC cân. Biết 1 góc có số đo là nghiệm của phương trình $\cos 2x = \frac{-1}{2}$. Tìm các góc còn lại ?

Bài 12: Tìm m để các phương trình sau có nghiệm :

$$a / \sin 2x - 2m \cos x = 0 \quad \text{với } x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$b) 4 \sin^2 2x + 8 \cos^2 x - 5 + 3m = 0$$

PHẦN 2. HÌNH HỌC

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng

Câu 1. Yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm
B. Một điểm và một đường thẳng
C. Hai đường thẳng cắt nhau
D. Bốn điểm

Câu 2. Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 6.

Câu 3. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
B. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
C. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
D. Nếu ba điểm phân biệt M, N, P cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.

Câu 4. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I. Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây:

- A. (BCD) B. (ABD) C. (CMN) D. (ACD).

Câu 5. Cho tứ diện ABCD. G là trọng tâm của tam giác BCD. Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

- A. AM (M là trung điểm AB) B. AN (N là trung điểm của CD)
C. AH (H là hình chiếu của B trên CD) D. AK (K là hình chiếu của C trên BD)

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi I là trung điểm của SD, J là điểm trên cạnh SC và J không trùng với trung điểm SC. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (ABCD) và (AIJ) là:

- A. AK (K là giao điểm của IJ và BC) B. AH (H là giao điểm của IJ và AB)
C. AG (G là giao điểm của IJ và AD) D. AF (F là giao điểm của IJ và CD)

Câu 7. Cho hình chóp S.ABCD, $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng :

- A. SN B. SC C. SB D. SM.

Câu 8. Cho hình chóp S.ABCD. Điểm C' nằm trên cạnh SC. Thiết diện của hình chóp với mp (ABC') là một đa giác có bao nhiêu cạnh ?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 9. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là một hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC. Thiết diện của hình chóp với mp (MNP) là một đa giác có bao nhiêu cạnh?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 10. Cho tứ diện ABCD. O là một điểm bên trong tam giác BCD. M là một điểm trên AO. I, J là hai điểm trên BC, BD. IJ cắt CD tại K, BO cắt IJ tại E và cắt CD tại H, ME cắt AH tại F. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MIJ) và (ACD) là:

- A. KM B. AK C. MF D. KF

Hai đường thẳng chéo nhau và hai đường thẳng song song

Câu 11. Cho hai đường thẳng a và b. Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?

- A. a và b không có điểm chung
B. a và b là hai cạnh của một tứ diện
C. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt
D. a và b không cùng nằm trên bất kỳ mp nào

Câu 12. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Câu 13. Hãy chọn câu đúng :

- A. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng qui.
- B. Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến, nếu có, của chúng sẽ song song với cả hai đường thẳng đó.
- C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau thì có hai đường thẳng p và q song song với nhau mà mỗi đường đều cắt cả a và b.
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

Câu 14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng nào sau đây đường thẳng nào không song song với A'B'?

- A. AB
- B. CD
- C. C'D'
- D. SC.

Câu 15. Cho đường thẳng a nằm trên mp (P), đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a.

Vị trí tương đối của a và b là :

- A. chéo nhau.
- B. cắt nhau.
- C. song song.
- D. trùng nhau.

Câu 16. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. M là trung điểm SA. Mp(MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là:

- A. Tam giác MBC
- B. Hình bình hành
- C. Hình thang vuông
- D. Hình chữ nhật

Câu 17. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là:

- A. SD
- B. SO (O là tâm hình bình hành ABCD)
- C. SG (G là trung điểm AB)
- D. SF (F là trung điểm CD)

Câu 18. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. IJCD là hình thang
- B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$
- C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$
- D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm ABCD)

Câu 19. Cho tứ diện ABCD, M, N và P lần lượt là trung điểm AB, AC, CD. Mp(α) qua MN và P cắt tứ diện ABCD theo thiết diện là đa giác (T). Khẳng định nào sau đây **không sai**?

- A. (T) là hình chữ nhật
- B. (T) là tam giác
- C. (T) là hình bình hành
- D. (T) là hình thang

Câu 20. Cho tứ diện ABCD. I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng :

- A. qua I và song song với AB
- B. qua J và song song với BD
- C. qua G và song song với CD
- D. qua G và song song với BC.

TỰ LUẬN

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng

Bài 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O; M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SC. Gọi (P) là mặt phẳng qua M, N và B.

1. Tìm giao tuyến của (P) với các mặt phẳng (SAB), (SBC).
2. Tìm giao điểm I của đường thẳng SO với mặt phẳng (P) và giao điểm K của đường thẳng SD với mặt phẳng (P).
3. Xác định giao tuyến của (P) với các mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SDC).
4. Xác định các giao điểm E, F của các đường thẳng DA, DC với mặt phẳng (P) và chứng tỏ 3 điểm E, B, F thẳng hàng.
5. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

Bài 2. Cho tứ diện ABCD. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AB, AC sao cho $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$. Một mặt

phẳng (P) thay đổi luôn chứa MN, cắt các cạnh CD, BD tại E, F.

1. CMR: EF luôn đi qua một điểm cố định.

2. Gọi $I = ME \cap NF$, $J = MF \cap NE$. Tìm tập hợp các điểm I, J.

Bài 3. Cho hình chóp S.ABCD và M là điểm tùy ý trong tam giác SCD. Biết AB không song song với CD.

1. Xác định: a/ $(SMB) \cap (SAC)$. b/ $MB \cap (SAC)$.

2. Tìm thiết diện của mặt phẳng (MAB) với hình chóp S.ABCD.

3. Chứng minh AB, CD, Δ đồng quy trong đó Δ là giao tuyến của (MAB) và (SCD).

Hai đường thẳng chéo nhau và hai đường thẳng song song

Bài 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J tương ứng là trung điểm của BC và AC. M là một điểm tùy ý trên cạnh AD.

1. Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng (MIJ) và (ABD).

2. Gọi N là giao điểm của BD và giao tuyến d; K là giao điểm của IN và JM. Tìm tập hợp điểm K khi M di động trên đoạn AD (M không là trung điểm của AD).

3. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ABK) và (MIJ).

Bài 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, $SA = SB = a$, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB; M là một điểm trên cạnh BC sao cho $BM = x$ ($0 < x < a$).

1. Xác định thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (MEF). Thiết diện là hình gì?

2. Tính diện tích thiết diện theo a và x.

Bài 6. Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm của tứ diện.

1. Chứng minh rằng AG đi qua trọng tâm của tam giác BCD.

2. Gọi I, J, K, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, BCD, ABD.

a/ CMR: $IJ \parallel BD$

b/ CMR: AK, BJ, CQ, DI đồng quy

Bài 7. Cho hình chóp S.ABC và một điểm M nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng qua M lần lượt song song với các đường thẳng SA, SB, SC cắt các mặt (SBC), (SCA), (SAB) tại A', B', C'.

1. Gọi N là giao điểm của SA' với BC. CMR điểm A, M, N thẳng hàng và từ đó suy ra cách dựng điểm A'.

2. CMR: $\frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} = 1$.

Bài 8. Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Gọi M, N, E, F lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SAD. Chứng minh rằng:

1. Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

2. Tứ giác MNEF là hình thoi.

3. Ba đường ME, NF, SO đồng quy.

Bài 9. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC, BD; E là một điểm thuộc cạnh AD, không trùng với A, D.

1. Xác định thiết diện của tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng (IJE).

2. Tìm vị trí của E trên AD sao cho thiết diện là hình bình hành.

3. Tìm điều kiện của tứ diện ABCD và vị trí của E trên AD sao cho thiết diện là hình thoi.

----- HẾT -----