

BÀI TẬP TOÁN KINH TẾ

CHƯƠNG I: QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

I. Lập mô hình toán học cho các bài toán dưới đây

1. Một xí nghiệp có 4 máy A, B, C, D dùng để sản xuất ra 6 loại sản phẩm định mức thời gian cho mỗi sản phẩm đối với từng máy, quỹ thời gian của từng máy được cho trong bảng sau:

MÁY	Định mức thời gian cho sản phẩm (giờ)					
	SP1	SP2	SP3	SP4	SP5	SP6
A: 132	1	2	1	3	1	0
B: 120	2	1	1	2	3	2
C: 100	1	2	0	2	1	3
D: 144	2	2	2	1	4	2
Giá 1 SP (1000 đ)	40	30	35	75	65	60

Hãy lập phương án sản xuất sao cho tổng thu nhập là lớn nhất (Max) mà vẫn đảm bảo an toàn cho máy.

2. Một phân xưởng có nhiệm vụ sản xuất ra 3 loại sản phẩm cần sử dụng 2 loại nguyên liệu A và B. Hao phí nguyên liệu, dự trữ nguyên liệu cho trong bảng dưới đây. Hãy lập kế hoạch sao cho tổng chi phí nhỏ nhất với điều kiện không được sử dụng quá số nguyên liệu, tổng số sản phẩm cả 3 loại không ít hơn 350, số sản phẩm 1 không ít hơn 25% tổng số sản phẩm.

Nguyên liệu	Sản phẩm			Dự tính nguyên liệu (kg)
	I	II	III	
A	2	1	3	1500
B	1	2	2	650
Chi phí/ SP (1000đ)	8	5	10	

3. Ba khu đất người ta dự tính trồng 3 loại cây lương thực: Ngô, khoai và sắn. Năng suất và chi phí trên 1ha với mỗi loại cây ở từng khu đất và năng suất (tạ) chi phí 1000đ/ha.

Diện tích(ha)	Ngô	Khoai	Sắn			
KI: 30	28	150	54	80	42	80
KII: 50	32	120	45	75	48	90
KIII: 27	30	140	47	70	38	70
Yêu cầu	1000		1200		1500	

Hãy phân bố cây trồng cho hết đất đai sao cho đảm bảo yêu cầu về số lượng và tổng chi phí là nhỏ nhất.

4. Có 2 xí nghiệp sản xuất 2 loại sản phẩm. Biết rằng đầu tư 1000đ vào xí nghiệp I trong 1 đơn vị thời gian làm được 1,2 sản phẩm A và 1,8 sản phẩm B còn đầu tư 1000đ vào xí nghiệp II làm được 1,8 SP A và 0,8 Sp B. Nguyên liệu và lao động cung cấp cho việc sản xuất, định mức nguyên liệu lao động và dự trữ nguyên liệu cho trong bảng dưới đây. Hãy tìm phương án đầu tư sao cho tổng số vốn bỏ ra ít nhất.

Nguyên liệu dự trữ: 400 tấn và giờ lao động là 200000 giờ

XN	Định mức hao phí LN(kg/SP), lao động(giờ/SP)			
	A		B	
	NL	LĐ	NL	LĐ
I	4	2	10	4
II	4,2	3	9	4,5
Yêu cầu số lượng SP	21000		20000	

II. Giải các bài toán sau bằng phương pháp hình học

$$1. \quad f(X) = x_1 + x_2 \longrightarrow \text{Min} \quad \text{thỏa mãn} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 8 \\ x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ -2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$2. \quad f(X) = 6x_1 + 5x_2 \longrightarrow \text{Max} \quad \text{thỏa mãn} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$3. \quad \text{Max} (x_1 - x_2) \quad \text{thỏa mãn} \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \geq -6 \\ -2x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$4. \quad \text{Min} (4x_1 + x_2) \quad \text{thỏa mãn} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 0 \\ x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 3x_1 + x_2 \geq 6 \\ -2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

III. Giải các bài toán sau bằng phương pháp □on hình

$$\text{Bài 1.} \quad f(X) = x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - x_6 \longrightarrow \text{Min}$$

$$\begin{cases} x_1 & + x_4 & + 6x_6 = 9 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 & & + 2x_6 = 2 \\ x_1 & + 2x_3 & + x_5 + 2x_6 = 2 \\ & & x_j \geq 0 \quad ; \quad \forall j = \overline{1,6} \end{cases}$$

Bài 2. $f(X) = 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 5x_5 + 3x_6 \longrightarrow \text{Min}$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 & + 3x_5 & = 152 \\ 4x_1 & + 2x_3 + x_4 + 3x_5 & = 60 \\ 3x_1 & & + x_5 + x_6 = 36 \\ & & x_j \geq 0, \quad \forall j = \overline{1,6} \end{cases}$$

Bài 3. $f(X) = 4x_2 - 2x_3 - 13x_4 + 7x_5 + 10x_6 \longrightarrow \text{Min}$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 13x_4 - 7x_5 - 12x_6 & = -9 \\ & - x_2 + x_3 + 4x_4 - x_5 - 4x_6 & = -3 \\ & 2x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 - 4x_6 & = 9 \\ & & x_j \geq 0, \quad \forall j = \overline{1,6} \end{cases}$$

Bài 4. $f(X) = x_1 + x_2 - x_3 \longrightarrow \text{Max}$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 & = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 & + x_5 = 1 \\ & & x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,5} \end{cases}$$

Bài 5. $f(X) = 3x_1 + 2x_2 + 14x_3 + 13x_4 + 4x_5 \longrightarrow \text{Max}$

$$\begin{cases} x_1 & + 2x_3 + x_4 + x_5 & = 1 \\ & x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 & = 1 \\ & & x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,5} \end{cases}$$

Bài 6. $f(X) = 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 \longrightarrow \text{Min}$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 & = 15 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 & = 20 \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ & & x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Bài 7. $f(X) = 2x_1 + 8x_2 + 2x_3 \longrightarrow \text{Max}$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ 7x_1 + 5x_2 + 12x_3 = 19 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,3} \end{cases}$$

Bài 8. $f(X) = 3x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 5x_4 \longrightarrow \text{Max}$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 7 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Bài 9. $f(X) = x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 4x_5 \longrightarrow \text{Min}$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 8 \\ -2x_1 - x_3 + x_4 - x_5 \geq -21 \\ 3x_1 + 5x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 25 \\ 2x_1 + x_4 + 4x_5 \leq 20 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,5} \end{cases}$$

Bài 10. $f(X) = 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 4x_4 + 6x_5 \longrightarrow \text{Max}$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 40 \\ 5x_1 - 2x_3 + 2x_4 - x_5 \leq 0 \\ x_1 + 2x_3 - 4x_4 + x_5 \geq 12 \\ 3x_1 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 \leq 14 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,5} \end{cases}$$

Bài 11. $f(X) = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \longrightarrow \text{Min}$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 6 \\ 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 10 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Bài 12. $f(X) = 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \longrightarrow \text{Max}$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_4 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 3 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Bài 13. $f(X) = 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \longrightarrow \text{Max}$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_4 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 3 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Bài 14. $f(X) = 2x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 \longrightarrow \text{Max}$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_3 - 5x_4 \leq 23 \\ 4x_1 + x_3 - 4x_4 \leq 36 \\ x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 14 \\ 2x_1 + x_3 - 3x_4 \geq 12 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Bài 15. $f(X) = -x_1 + 5x_2 - x_3 \longrightarrow \text{Min}$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 \geq 8 \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 2x_4 \leq 2 \\ 6x_2 - 4x_3 - 5x_4 \geq -2 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Bài 16. Cho bài toán với tham số λ : $f(X) = x_1 + x_3 - \lambda x_4 \longrightarrow \text{Min}$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 12x_3 - 2\lambda x_4 + 4x_5 = 9 \\ 2x_1 + 8x_3 + (1-\lambda)x_4 + 2x_5 = 14 \\ x_1 + (\lambda-1)x_4 = 4 \\ x_j \geq 0, \quad \forall j = \overline{1,5} \end{cases}$$

- Biết \bar{x} là một phương án cực biên ứng với cơ sở A^1, A^2, A^5 . Hãy lập bảng đơn hình ứng với \bar{x} .
- Từ bảng đơn hình đã lập, hãy tìm tất cả các giá trị của λ sao cho \bar{x} là phương án tối ưu.
- Giải bài toán đã cho với $\lambda=1$ và $\lambda=3$.

CHƯƠNG II: BÀI TOÁN ĐỐI NGẪU

Bài 1. Viết bài toán đối ngẫu? Chỉ ra các cặp đối ngẫu của các bài toán sau:

a) $g(Y) = 7y_1 + 6y_2 + 4y_3 \longrightarrow \text{Max}$ thoả mãn

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 + 5y_3 \leq 2 \\ 3y_1 - y_2 + y_3 \leq -3 \\ 2y_1 - 3y_2 + 2y_3 \leq 4 \\ -y_1 + 3y_2 + 2y_3 \leq 2 \end{cases}$$

b) $f(X) = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \longrightarrow \text{Max}$ thoả mãn

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 5 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

c) $f(X) = 6x_1 + 3x_2 - x_3 \longrightarrow \text{Min}$ thoả mãn

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 4 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 4 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,3} \end{cases}$$

d) $f(X) = 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 \longrightarrow \text{Max}$ thoả mãn

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 \leq 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 \geq 5 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 10 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Bài 2. Cho bài toán $f(X) = 15x_1 + 10x_2 + 6x_3 \longrightarrow \text{Min}$ thoả mãn

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_3 \geq 2 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 3 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 \geq 2 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq 1 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Biết rằng $\bar{x} = (1, \frac{5}{4}, \frac{11}{4})$ là phương án tối ưu của bài toán đã cho. Hãy tìm phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu.

Bài 3. Cho bài toán $f(X) = x_1 + x_2 - x_3 \longrightarrow \text{Max}$ thoả mãn

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 7 \\ 4x_1 + 3x_2 - 6x_3 \leq 9 \\ 2x_1 - x_2 - 8x_3 \leq -6 \\ -2x_2 + x_3 \leq 2 \\ -2x_1 - x_2 + 5x_3 \leq 1 \\ -x_1 + 3x_3 \leq 1 \\ x_3 \leq 0 \end{cases}$$

- a) Chứng tỏ rằng các phương án $\bar{x} = (-4, 6, -1)$, $\bar{y} = (\frac{4}{5}, 0, \frac{3}{5}, 0, 0, 1)$ theo thứ tự là phương án tối ưu của bài toán đã cho và bài toán đối ngẫu của nó.
 b) Tìm các tập phương án tối ưu của bài toán đã cho và bài toán đối ngẫu của nó.

Bài 4. Cho bài toán $f(X) = -x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 + 4x_5 \longrightarrow \text{Min}$ thoả mãn

$$\begin{cases} -\frac{9}{2}x_1 - 2x_4 + \frac{3}{2}x_5 \leq 7 \\ x_1 + 4x_2 + x_4 - \frac{3}{2}x_5 \leq 42 \\ \frac{1}{2}x_2 + x_3 - \frac{1}{2}x_5 = 5 \\ x_j \geq 0, \forall j = \overline{1,5} \end{cases}$$

- a) Giải bài toán bằng phương pháp đơn hình.
 b) Tìm lời giải cho bài toán đối ngẫu.

Bài 5. Cho bài toán $f(X) = -4x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 - 2x_5 - 2x_6 \longrightarrow \text{Max}$ thoả mãn

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_5 = 8 \\ -x_1 + 5x_3 + 3x_4 - x_5 = 3 \\ 5x_1 - 4x_3 + x_5 + x_6 = -5 \\ x_1, x_3, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Viết bài toán đối ngẫu, chỉ ra cặp ràng buộc đối ngẫu.
 b) Xác định phương án tối ưu của bài toán gốc.

Bài 6. Cho bài toán $f(X) = 5x_1 - 9x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 3x_5 \longrightarrow \text{Min}$

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 2x_3 - 2x_4 + x_5 \leq -4 \\ 8x_1 + 2x_3 + 4x_4 - x_5 = 20 \\ -x_1 - x_2 + x_3 - x_5 \geq -1 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{2,5} \end{cases}$$

a) Chứng tỏ rằng phương án $\bar{x} = (0, 1, 0, 5, 0)$ là phương án tối ưu của bài toán đã cho.

Tìm tập phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu.

b) Hãy tìm tất cả các phương án tối ưu của bài toán đã cho có thành phần $x_3 = 4$.

Bài 7. Cho bài toán với tham số α

$$f(X) = 4x_1 + 10x_2 + 2x_3 - 8x_4 + 9x_5 + \alpha x_6 - 4x_7 \longrightarrow \text{Min}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 - 6x_7 = -7 \\ -2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 3x_5 + x_6 = 7 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 + x_5 + x_6 - 22x_7 = -20 \\ x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1, 7} \end{cases}$$

a) Tìm giá trị của α để $\bar{x} = (\frac{11}{2}, 0, 0, \frac{9}{2}, 0, 0, \frac{3}{2})$ là phương án tối ưu của bài toán đã cho.

b) Trong trường hợp \bar{x} không là phương án tối ưu, có thể nói gì về bài toán đã cho và bài toán đối ngẫu của nó.

CHƯƠNG III: BÀI TOÁN VẬN TẢI

Giải các bài toán vận tải sau:

Bài 1.

P	T	40	30	20	50
30		3	7	4	6
40		4	6	2	5
70		1	5	7	8

Bài 2.

P	T	50	90	90	70
110		7	8	5	3
110		2	4	5	9
80		6	4	1	2

Bài 3.

P	T	220	320	540	650
250		4	5	3	5
790		7	5	4	9
670		9	8	3	4
340		7	6	6	2

Bài 4.

P	T	150	80	180	60	80
50		7	4	17	5	8
200		7	15	10	11	30
100		13	6	14	16	20
200		14	22	17	16	35

Bài 5.

P	T	35	75	40	70	80
60		7	10	1	9	12
85		9	4	10	11	5
48		8	7	5	6	8
107		10	7	3	13	9

Bài 6.

P	T	40	80	75	50	55
60		8	6	4	5	7
75		7	3	9	6	10
45		2	10	7	8	4
80		11	5	8	12	9

Bài 7.

P	T	35	15	65	25	40	20
70		4	7	7	10	11	6
30		10	5	2	3	8	9
60		12	6	4	11	9	7
40		13	5	11	6	7	5

Bài 8.

P	T	54	37	49	120	70
80		4	5	3	2	7
120		7	5	3	4	M
80		9	7	M	2	5
50		2	6	4	3	6

Bài 9.

P	T	14	15	25	16	17	20	23
27		6	3	4	3	5	7	9
32		12	11	16	14	16	13	17
43		5	6	4	7	4	5	6
28		7	9	10	11	9	6	9

CHƯƠNG IV: BÀI TOÁN SẢN XUẤT ĐỒNG BỘ

Giải các bài toán đồng bộ sau đây:

Bài 1.

Chi tiết	CT1	CT2	CT3
Máy	1	1	1
A:1	63	240	160
B:1	103	61	200
C:1	720	360	161
D:1	173	120	240

Bài 2.

Chi tiết	CT1	CT2	CT3
Máy	1	1	1
A:1	120	80	61
B:1	36	100	91
C:1	180	82	36
D:1	60	120	102

Bài 3.

Chi tiết	CT1	CT2	CT3	CT4
Máy	2	1	3	2
A:1	76	50	105	80
B:1	160	34	72	48
C:1	180	36	108	60
D:1	200	32	96	160

Bài 4.

Chi tiết	CT1	CT2	CT3	CT4
Máy	1	1	1	1
A:5	3	5	7	8
B:4	8	6	6	6
C:6	6	3	6	5
D:8	5	2	4	10

Bài 5.

Chi tiết	CT1	CT2	CT3	CT4
Máy	2	1	1	3
A:1	54	0	108	54
B:5	96	32	14	15
C:2	62	28	0	51
D:1	242	128	96	192