

**Câu 1:** Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $(x-3)^2 - 7x = 2x(x+3) - 33$

b)  $5x^2 - 2\sqrt{10}x + 2 = 0$

c)  $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

d) 
$$\begin{cases} 2(x+1) = -3y \\ 3x - 5y = -3(1+y) \end{cases}$$

**Câu 2:**

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = -\frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (D):  $y = \frac{1}{2}x - 2$

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính

**Câu 3:** Thu gọn biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{\sqrt{10}-3} - \sqrt{2} - \sqrt{\sqrt{10}+3}}{\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{10}-1}$

**Câu 4:** Cho phương trình:  $x^2 - (2m-1)x + m^2 + m - 3 = 0$  (1) (x là ẩn số)

a) Định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

b) Định m để:  $x_1(x_1-1) + x_2(x_2-1) = 18$

**Câu 5:** Cho đường tròn (O; R) và điểm M nằm ngoài (O). Vẽ 2 tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MCD của (O) (A, B là tiếp điểm, C nằm giữa M và D; A và C nằm khác phía đối với đường thẳng MO). Gọi I là trung điểm CD

a) Chứng minh:  $MB^2 = MC.MD$

b) Chứng minh: tứ giác AOIB nội tiếp

c) Tia BI cắt (O) tại J. Chứng minh:  $AD^2 = AJ.MD$

d) Đường thẳng qua I song song với DB cắt AB tại K, tia CK cắt OB tại G. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta CIG$  theo R

**Câu 6:** Hàng tháng một người gửi vào ngân hàng 5.000.000đ với lãi suất 0,6%/tháng. Hỏi sau 15 tháng người đó nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng hàng tháng người đó không rút lãi ra

----- HẾT -----

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $(x-3)^2 - 7x = 2x(x+3) - 33$  (1)

**Giải:**

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 - 7x = 2x^2 + 6x - 33$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 - 7x - 2x^2 - 6x + 33 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 19x + 42 = 0$$

Ta có  $\Delta = (-19)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 42 = 361 + 168 = 529 > 0; \sqrt{\Delta} = \sqrt{529} = 23$

Do  $\Delta > 0$  nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{19+23}{2 \cdot (-1)} = -21; x_2 = \frac{19-23}{2 \cdot (-1)} = 2$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là:  $S = \{-21; 2\}$

b)  $5x^2 - 2\sqrt{10}x + 2 = 0$  (2)

**Giải:**

Ta có  $\Delta' = (-\sqrt{10})^2 - 5 \cdot 2 = 10 - 10 = 0$

Do  $\Delta' = 0$  nên phương trình (2) có nghiệm kép:

$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = -\frac{-\sqrt{10}}{5} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là:  $S = \left\{ \frac{\sqrt{10}}{5} \right\}$

c)  $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$  (3)

**Giải:**

Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ )

Phương trình (3) trở thành:  $t^2 - 2t - 8 = 0$  (\*)

$$\Delta' = (-1)^2 - 1 \cdot (-8) = 1 + 8 = 9 > 0; \sqrt{\Delta'} = \sqrt{9} = 3$$

Do  $\Delta' > 0$  nên phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt:

$$t_1 = \frac{1+3}{1} = 4 \text{ (nhận)}; t_2 = \frac{1-3}{1} = -2 \text{ (loại)}$$

Với  $t_1 = 4$  thì  $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Vậy phương trình (3) có tập nghiệm là  $S = \{-2; 2\}$

d) 
$$\begin{cases} 2(x+1) = -3y \\ 3x - 5y = -3(1+y) \end{cases} \quad (4)$$

**Giải:**

$$(4) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = -3y \\ 3x - 5y = -3 - 3y \end{cases} \quad (4) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases} \quad (4) \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = -4 \\ 9x - 6y = -9 \end{cases} \quad (4) \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = -13 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ -3 - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình (4) có nghiệm là  $(x; y) = (-1; 0)$

**Câu 2:**

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = -\frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (D):  $y = \frac{1}{2}x - 2$

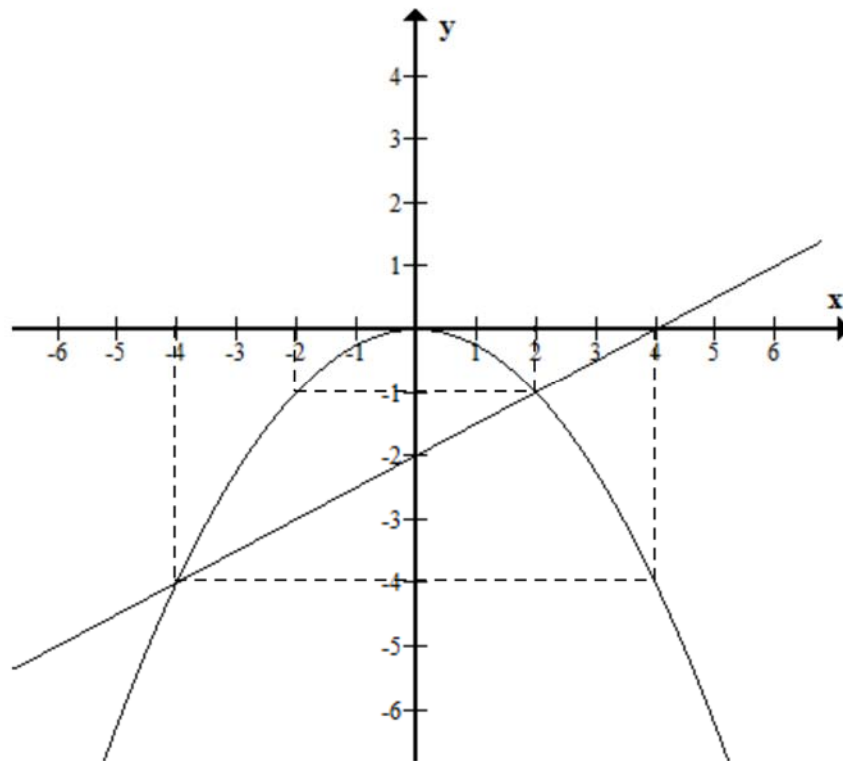
**Giải:**

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	2	4
$y = -\frac{1}{4}x^2$	-4	-1	0	-1	-4

x	0	4
$y = \frac{1}{2}x - 2$	-2	0

Vẽ đồ thị



b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính

**Giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) là:

$$-\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{2}x - 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x^2}{4} = \frac{2x}{4} - \frac{8}{4}$$

$$\Leftrightarrow -x^2 = 2x - 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \quad (5)$$

Ta có  $\Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-8) = 1 + 8 = 9 > 0$ ;  $\sqrt{\Delta'} = \sqrt{9} = 3$

Do  $\Delta' > 0$  nên phương trình (5) có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-1+3}{1} = 2; x_2 = \frac{-1-3}{1} = -4$$

+ Với  $x_1 = 2$  ta có  $y_1 = -\frac{1}{4} \cdot 2^2 = -\frac{1}{4} \cdot 4 = -1$

+ Với  $x_2 = -4$  ta có  $y_2 = -\frac{1}{4} \cdot (-4)^2 = -\frac{1}{4} \cdot 16 = -4$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là: A(2; -1), B(-4; -4)

**Câu 3:** Thu gọn biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{\sqrt{10}-3} - \sqrt{2} - \sqrt{\sqrt{10}+3}}{\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{10}-1}$

**Giải:**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{\sqrt{\sqrt{10}-3} - \sqrt{2} - \sqrt{\sqrt{10}+3}}{\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{10}-1} \\ &= \frac{\sqrt{\sqrt{10}-3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{\sqrt{10}+3}}{\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{10}-1} \\ &= \sqrt{\frac{\sqrt{10}-3}{2}} - 1 - \sqrt{\frac{\sqrt{10}+3}{2}} + \sqrt{\sqrt{10}-1} \\ &= \sqrt{\frac{\sqrt{10}}{3} - \frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{3}{2}} + \sqrt{\sqrt{10}-1} - 1 \\ &= -\left(\sqrt{\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{\sqrt{10}}{3} - \frac{3}{2}}\right) + \sqrt{\sqrt{10}-1} - 1 \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } T = \sqrt{\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{\sqrt{10}}{3} - \frac{3}{2}} \quad (T > 0)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow T^2 &= \left(\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{3}{2}\right) - 2\sqrt{\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{10}}{3} - \frac{3}{2}} + \left(\frac{\sqrt{10}}{3} - \frac{3}{2}\right) \\ &= \sqrt{10} - 2\sqrt{\left(\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{10}}{3} - \frac{3}{2}\right)} \\ &= \sqrt{10} - 2\sqrt{\frac{10}{4} - \frac{9}{4}} = \sqrt{10} - 2\sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{10} - 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{\sqrt{10}-1} \quad (\text{vì } T > 0)$$

Thay T vào biểu thức A, ta được:

$$A = -\sqrt{\sqrt{10}-1} + \sqrt{\sqrt{10}-1} - 1 = -1$$

Vậy  $A = -1$

**Câu 4:** Cho phương trình:  $x^2 - (2m-1)x + m^2 + m - 3 = 0$  (1) (x là ẩn số)

a) Định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

**Giải:**

Ta có  $\Delta = [-(2m-1)]^2 - 4.1.(m^2 + m - 3) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 - 4m + 12 = -8m + 13$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow -8m + 13 > 0 \Leftrightarrow -8m > -13 \Leftrightarrow m < \frac{13}{8}$$

Vậy  $m < \frac{13}{8}$  thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

b) Định m để:  $x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 18$

**Giải:**

Theo câu a, với  $m < \frac{13}{8}$  thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa hệ thức Vi-ét:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-(2m-1)}{1} = 2m-1 \\ P = x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m^2 + m - 3}{1} = m^2 + m - 3 \end{cases}$$

Ta có  $x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 18$  (gt)

$$\Leftrightarrow x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2) - (x_1 + x_2) - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - (x_1 + x_2) - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m-1)^2 - 2(m^2 + m - 3) - (2m-1) - 18 = 0 \text{ (do hệ thức Vi-ét)}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 2m^2 - 2m + 6 - 2m + 1 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 8m - 10 = 0 \text{ (6)}$$

Ta có  $a - b + c = 2 - (-8) + (-10) = 0$  nên phương trình (6) có hai nghiệm:

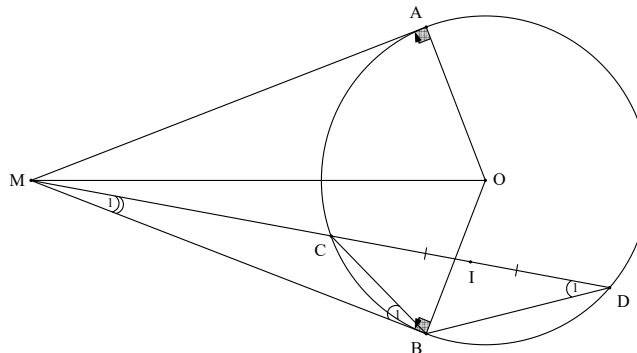
$$m_1 = -1 \text{ (nhận); } m_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{-10}{2} = 5 \text{ (loại)}$$

Vậy  $m = -1$  là giá trị cần tìm

**Câu 5:** Cho đường tròn  $(O; R)$  và điểm  $M$  nằm ngoài  $(O)$ . Vẽ 2 tiếp tuyến  $MA, MB$  và cát tuyến  $MCD$  của  $(O)$  ( $A, B$  là tiếp điểm,  $C$  nằm giữa  $M$  và  $D$ ;  $A$  và  $C$  nằm khác phía đối với đường thẳng  $MO$ ). Gọi  $I$  là trung điểm  $CD$

a) Chứng minh:  $MB^2 = MC.MD$

**Giải:**



Xét  $\Delta MBC$  và  $\Delta MDB$  có:

$\hat{M}_1$ : chung

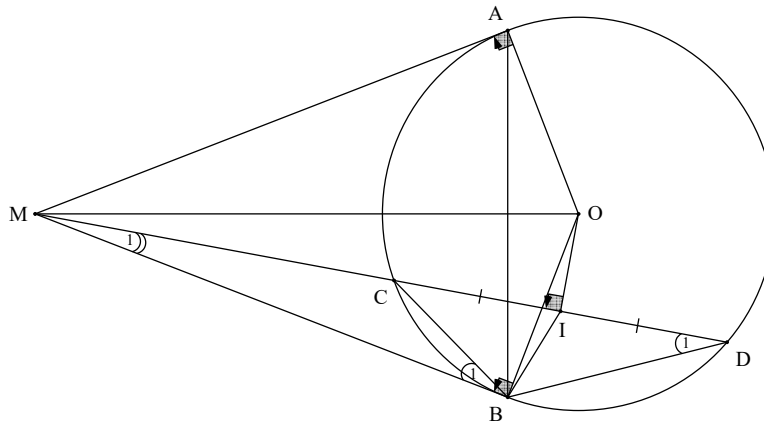
$\hat{B}_1 = \hat{D}_1$  (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \Delta MBC \sim \Delta MDB$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MB} \Leftrightarrow MB^2 = MC.MD$$

b) Chứng minh: tứ giác AOIB nội tiếp

**Giải:**



Ta có  $\hat{MAO} = 90^\circ$  (tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow$  Điểm A thuộc đường tròn đường kính MO (1)

Ta có  $\hat{MBO} = 90^\circ$  (tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow$  Điểm B thuộc đường tròn đường kính MO (2)

Ta có I là trung điểm của CD và dây CD không qua tâm O

$\Rightarrow OI \perp CD$  (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

$\Rightarrow \hat{MIO} = 90^\circ$

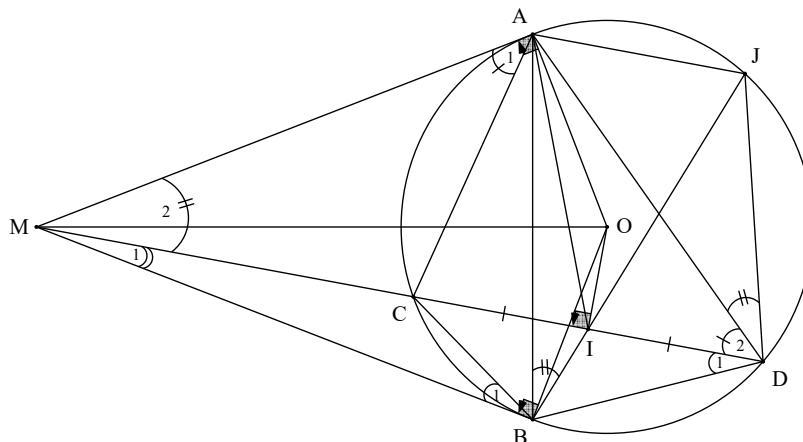
$\Rightarrow$  Điểm I thuộc đường tròn đường kính MO (3)

Từ (1), (2) và (3)  $\Rightarrow$  5 điểm M, A, O, I, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO

$\Rightarrow$  Tứ giác AOIB nội tiếp đường tròn đường kính MO

c) Tia BI cắt (O) tại J. Chứng minh:  $AD^2 = AJ.MD$

**Giải:**



Xét  $\triangle MAC$  và  $\triangle MDA$  có:

$\hat{M}_2$ : chung

$\hat{A}_1 = \hat{D}_2$  (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

$\Rightarrow \triangle MAC = \triangle MDA$  (g.g)

$\Rightarrow \hat{MCA} = \hat{MAD}$  (4) (2 góc tương ứng)

Ta có  $\hat{ADJ} = \hat{ABJ}$  (cùng chắn cung AJ của đường tròn (O))

$= \hat{AMD}$  (5) (cùng chắn cung AI của đường tròn đường kính MO)

Ta có  $\hat{DJA} = \hat{MCA}$  (góc trong bằng góc đối ngoài của tứ giác ACDJ nội tiếp đường tròn (O))

$= \hat{MAD}$  (6) (do (4))

Xét  $\triangle DJA$  và  $\triangle MAD$  có:

$\hat{DJA} = \hat{MAD}$  (do (6))

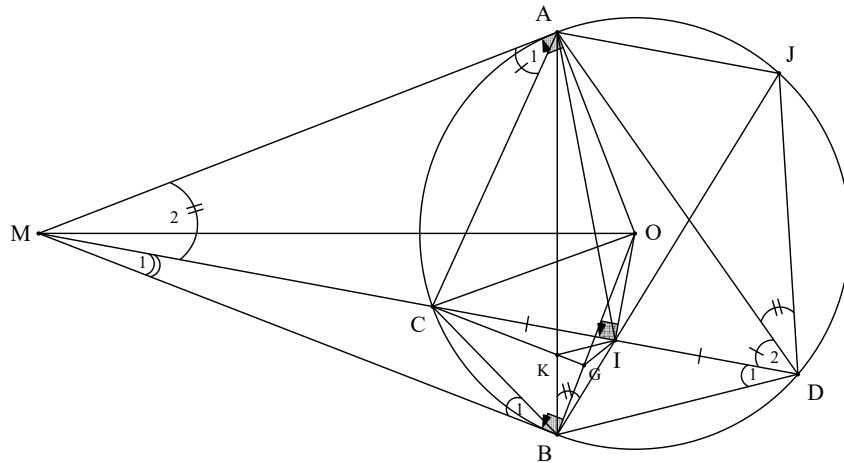
$\hat{ADJ} = \hat{AMD}$  (do (5))

$\Rightarrow \triangle DJA \sim \triangle MAD$  (g.g)

$\Rightarrow \frac{AD}{MD} = \frac{AJ}{AD} \Leftrightarrow AD^2 = AJ.MD$

- d) Đường thẳng qua I song song với DB cắt AB tại K, tia CK cắt OB tại G. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\triangle CIG$  theo R

**Giải:**



Ta có  $KI \parallel BD$  (gt)

$\Rightarrow \hat{C\hat{I}K} = \hat{C\hat{D}B}$  (2 góc ở vị trí so le trong)

$= \hat{C\hat{A}K}$  (7) (cùng chắn cung BC của đường tròn (O))

Xét tứ giác ACKI có:  $\hat{C\hat{I}K} = \hat{C\hat{A}K}$  (do (7))

$\Rightarrow$  Tứ giác ACKI nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh A, I cùng nhìn cạnh CK dưới một góc bằng nhau)

$\Rightarrow \hat{I\hat{C}G} = \hat{I\hat{A}K}$  (cùng chắn cung IK)

$= \hat{I\hat{O}G}$  (8) (cùng chắn cung IB của tứ giác AOIB nội tiếp)

Xét tứ giác OIGC có:  $\hat{I\hat{C}G} = \hat{I\hat{O}G}$  (do (8))

$\Rightarrow$  Tứ giác OIGC nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh C, O cùng nhìn cạnh GI dưới một góc bằng nhau)

$\Rightarrow \hat{O\hat{G}C} = \hat{O\hat{I}C}$  (cùng chắn cung OC)

$= 90^\circ$  (9) (vì  $OI \perp CD$ )

$\Rightarrow$  Điểm G và I thuộc đường tròn đường kính OC

⇒  $\Delta CIG$  thuộc đường tròn đường kính  $OC$

⇒ Bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta CIG$  là:  $\frac{OC}{2} = \frac{R}{2}$

**Câu 6:** Hàng tháng một người gửi vào ngân hàng 5.000.000đ với lãi suất 0,6%/tháng. Hỏi sau 15 tháng người đó nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng hàng tháng người đó không rút lãi ra

**Giải:**

Số tiền cả gốc lẫn lãi sau 15 tháng là:  $5000000 \cdot (1 + 0,6\%)^{15} = 5469400,363\text{đ}$