

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm): Trong 4 câu từ câu 1 đến câu 4, mỗi câu đều có 4 lựa chọn, trong đó có duy nhất lựa chọn đúng. Em hãy viết vào tờ giấy làm bài thi chữ cái A, B, C hoặc D đứng trước lựa chọn mà em cho là đúng.

Câu 1. Giá trị của x để biểu thức $\sqrt{2-4x}$ có nghĩa là:

- A. $x \geq -\frac{1}{2}$ B. $x \leq \frac{1}{2}$ C. $x \geq \frac{1}{2}$ D. $x \leq -\frac{1}{2}$

Câu 2. Giá trị của $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$ bằng:

- A. 36 B. 14 C. 144 D. 12

Câu 3. Giá trị nào của m thì đường thẳng $y = x + m$ tiếp xúc với parabol $y = x^2$?

- A. $m = -1$ B. $m = \frac{1}{4}$ C. $m = -\frac{1}{4}$ D. $m = 1$

Câu 4. Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là $2a$, chiều cao là $4a$ ($a > 0$ cho trước) thì có thể tích là:

- A. $16\pi a^3$ B. $8\pi a^3$ C. $4\pi a^3$ D. $32\pi a^3$

PHẦN II. TỰ LUẬN (8,0 điểm).

Câu 5 (1,5 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

Câu 6 (2,0 điểm). Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số).

a) Giải phương trình khi $m = 1$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

c) Với điều kiện của câu b) hãy tìm giá trị của m để biểu thức $A = x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 + 2016$ đạt giá trị nhỏ nhất tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Câu 7 (1,5 điểm). Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

Câu 8 (2,0 điểm). Cho đường tròn (O), M là một điểm nằm ngoài đường tròn (O). Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O) với A, B là các tiếp điểm; MPQ là một cát tuyến không đi qua tâm của đường tròn (O), P nằm giữa M và Q. Qua P kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt AB, AQ tương ứng tại R, S. Gọi trung điểm đoạn PQ là N. Chứng minh rằng:

a) Các điểm M, A, N, O, B cùng thuộc một đường tròn, chỉ rõ bán kính của đường tròn đó.

b) $PR = RS$.

Câu 9 (1,0 điểm). Cho $x; y; z$ là các số thực dương thoả mãn: $xyz = 1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{x^3 + y^3 + 1} + \frac{1}{y^3 + z^3 + 1} + \frac{1}{z^3 + x^3 + 1}$

HƯỚNG DẪN CHUNG:

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.

- Trong mỗi bài, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các bước sau có liên quan không được điểm.

- Bài hình học bắt buộc phải vẽ đúng hình thì mới chấm điểm, nếu không có hình vẽ đúng ở phần nào thì giám khảo không cho điểm phần lời giải liên quan đến hình của phần đó.

- Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu, tính đến 0,25 điểm và không làm tròn.

BIỂU ĐIỂM VÀ ĐÁP ÁN:

Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm): Mỗi câu đúng cho 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	B	D	C	A

Phần II. Tự luận (8,0 điểm).

Câu 5 (2,0 điểm).

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
5		Ta có $\begin{cases} 2x-3y=11 \\ x+y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=11 \\ 3x+3y=-6 \end{cases}$	0,5
		$\begin{cases} 2x-3y=11 \\ 3x+3y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=11 \\ 5x=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.1-3y=11 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x=1 \end{cases}$	0,5
		Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: $x=1, y=-3$	0,5
6	a	Khi $m=1$ ta có phương trình: $x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1$ vậy khi $m=1$ phương trình có nghiệm duy nhất là $x=1$	0,5
	b	Ta có $\Delta'=m^2-m^2+m-1=m-1$ Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta'>0 \Leftrightarrow m>1$	0,25 0,5
	c	Với điều kiện $m>1$ Theo công thức vi-et ta có: $x_1+x_2=2m, x_1x_2=m^2-m+1$ Do đó $A=x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 + 2016 = m^2 - m + 1 - 2m + 2016$ $= m^2 - 3m + 2017 = (m - \frac{3}{2})^2 + \frac{8059}{4} \geq \frac{8059}{4}$ Suy ra giá trị nhỏ nhất của A là $\frac{8059}{4}$ đạt được khi $m = \frac{3}{2}$ (thỏa mãn ĐK)	0,5 0,25
7		Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ), thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (giờ)	0,25
		Điều kiện $x; y > 5$ Trong 1 giờ: vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể; vòi thứ hai chảy được	0,25

		$\frac{1}{y}$ bể Trong 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{5}$ bể Vì hai vòi nước cùng chảy vào bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$ (1) Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nên ta có phương trình: $3 \cdot \frac{1}{x} + 4 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$ Giải hệ phương trình trên ta được $x = 7,5$; $y = 15$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là 7,5 giờ, thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 15 giờ.	0,25
		vẽ hình đúng	
8	a	Có: $\widehat{MAO} = 90^\circ$ (góc giữa tiếp tuyến với bán kính đi qua tiếp điểm).	0,25
		Tương tự $\widehat{MBO} = 90^\circ$.	0,25
		Suy ra các điểm A, N, B cùng nhìn đoạn MO dưới một góc vuông.	0,25
		Vậy 5 điểm M, A, N, O, B cùng thuộc đường tròn bán kính $\frac{MO}{2}$.	0,25
	b	Tứ giác $MANB$ nội tiếp nên $\widehat{AMN} = \widehat{ABN}$ (1), $OA \perp PS$, $OA \perp MA \Rightarrow PS \parallel MA \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{RPN}$ (2).	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{ABN} = \widehat{RPN}$ hay $\widehat{RBN} = \widehat{RPN} \Rightarrow$ tứ giác $PRNB$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BPN} = \widehat{BRN}$ (3)	0,25
		Mặt khác có: $\widehat{BPN} = \widehat{BAQ}$ (4), nên từ (3) và (4) suy ra: $\widehat{BRN} = \widehat{BAQ} \Rightarrow RN \parallel SQ$ (5)	0,25
		Từ (5) và N là trung điểm PQ nên trong ΔSPQ có RN là đường trung bình, suy ra $PR = RS$ (đpcm)	0,25

9	<p>Ta có $(x - y)^2 \geq 0 \quad \forall x; y$ $\Leftrightarrow x^2 - xy + y^2 \geq xy$ Mà $x; y > 0 \Rightarrow x + y > 0$</p>	0,25
	<p>Ta có: $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ $\Rightarrow x^3 + y^3 \geq (x + y)xy$ $\Rightarrow x^3 + y^3 + 1 = x^3 + y^3 + xyz \geq (x + y)xy + xyz$ $\Rightarrow x^3 + y^3 + 1 \geq xy(x + y + z) > 0$</p>	0,25
	<p>Tương tự: $y^3 + z^3 + 1 \geq yz(x + y + z) > 0$ $z^3 + x^3 + 1 \geq zx(x + y + z) > 0$ $\Rightarrow A \leq \frac{1}{xy(x + y + z)} + \frac{1}{yz(x + y + z)} + \frac{1}{xz(x + y + z)}$ $\Rightarrow A \leq \frac{x + y + z}{xyz(x + y + z)}$ $\Rightarrow A \leq \frac{1}{xyz} = 1$</p>	0,25
	<p>Vậy giá trị lớn nhất của A là $1 \Leftrightarrow x = y = z = 1$</p>	0,25
